Hypergeometrisch

Gegeben sind N = 10 Teile mit 3 Ausschussteilen.
Ziehen Sie daraus zufällig 5 Teile **<u>ohne</u>** Zurücklegen.
Notieren Sie, wie häufig Sie ein Ausschussteil gezogen haben.
Fassen Sie alle Ergebnisse Ihrer Klasse in Häufigkeitsverteilungen zusammen.

Verteilungsart: **Hypergeometrisch**

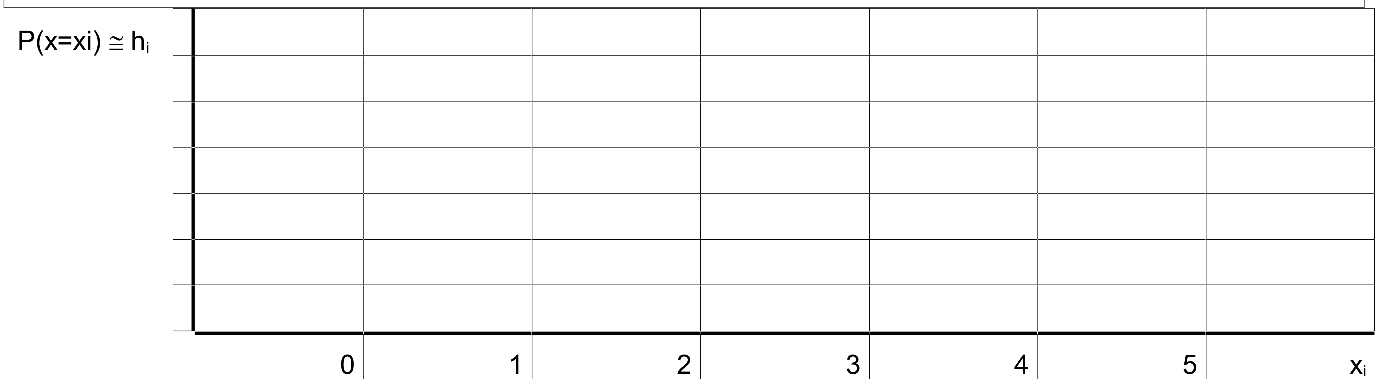
Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist von den vorherigen Ereignissen abhängig.

Lösung

Ausschuss		**absolute Häufigkeiten**		**relative Häufigkeiten**	
x_i	Strichliste	Einzel- n_j	Summen- G_j	Einzel- h_j	Summen- H_j
0					
1					
2					
3					
4					
5					
Σ					

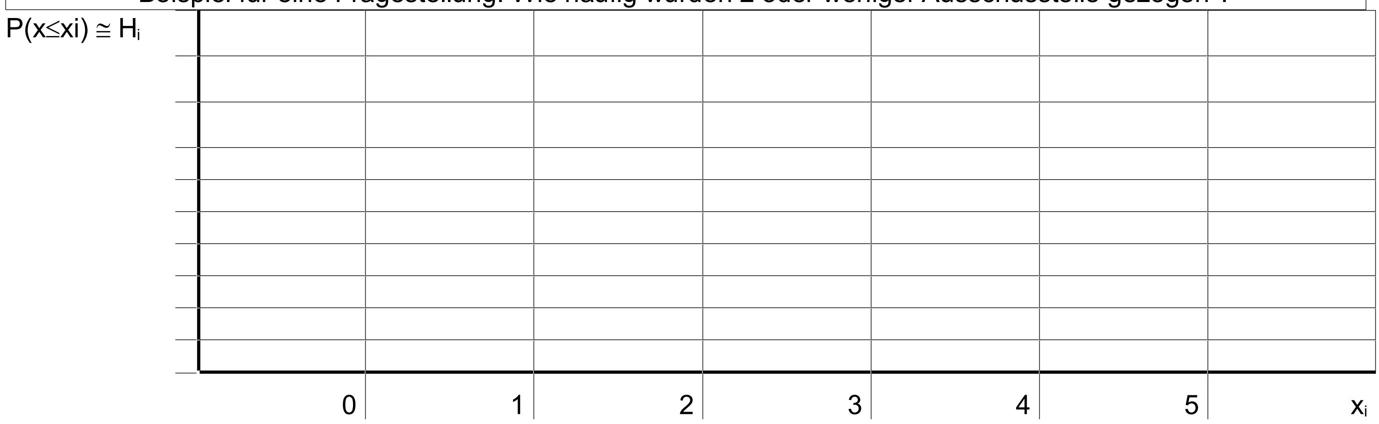
Wahrscheinlichkeitsfunktion g_i (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung h_i (experimentell)

Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 Ausschussteile gezogen ?



Verteilungsfunktion G_i (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung H_i (experimentell)

Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 oder weniger Ausschussteile gezogen ?



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden.
DGQ-Tabellen geben die untere Summenhäufigkeit an, Excel nur die Einzelhäufigkeit an.

Erwartungswert μ = E(x)

Fragestellung: Wie viele Ausschussteile wurden durchschnittlich gezogen ?

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe (theoretischer Wert):

μ =

Binomial

Gegeben sind N=10 Teile mit 3 Ausschussteilen. Ziehen Sie daraus 5 mal zufällig je ein Teil **mit** Zurücklegen, d.h., das Teil wird vor dem nächsten Ziehen wieder untergemischt. Notieren Sie, wie häufig Sie ein Ausschussteil gezogen haben. Fassen Sie alle Ergebnisse Ihrer Klasse zu Häufigkeitsverteilungen zusammen.

Verteilungsart: **Binomial**

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bleibt unabhängig von vorherigen Zügen immer gleich.

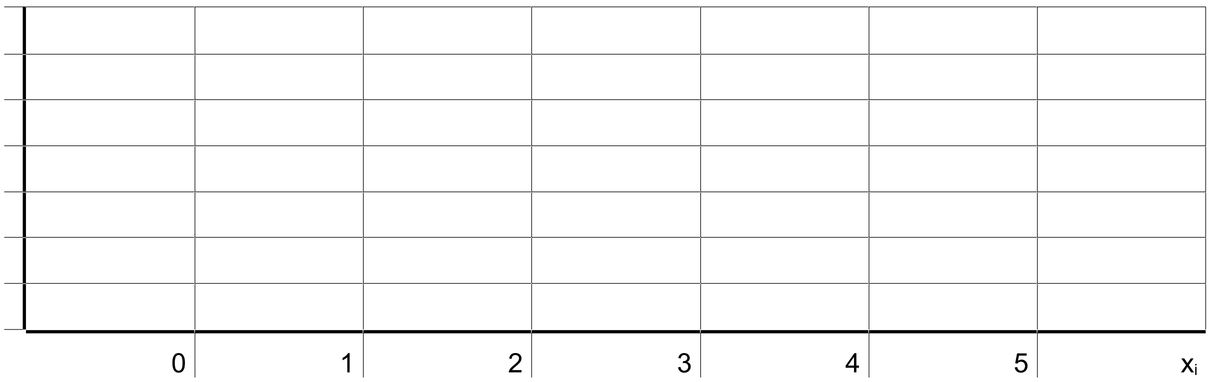
Lösung

Ausschuss		**absolute Häufigkeiten**		**relative Häufigkeiten**	
x_i	Strichliste	Einzel- n_j	Summen- G_j	Einzel- h_j	Summen- H_j
0					
1					
2					
3					
4					
5					
Σ					

Wahrscheinlichkeitsfunktion g_i (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung h_i (experimentell)

Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 Ausschussteile gezogen ?

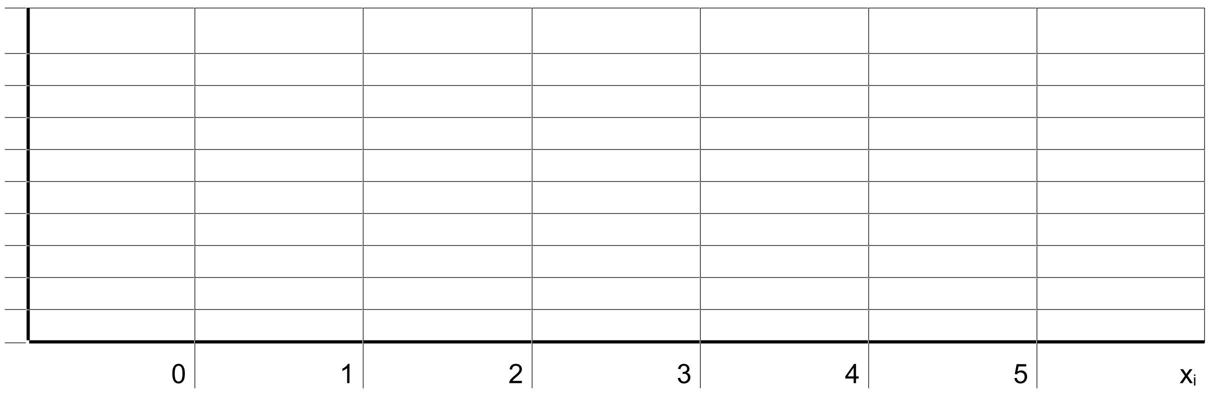
$P(x=x_i) \cong h_i$



Verteilungsfunktion G_i (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung H_i (experimentell)

Beispiel für eine Fragestellung: Wie häufig wurden 2 oder weniger Ausschussteile gezogen ?

$P(x \le x_i) \cong H_i$



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden. DGQ-Tabellen geben nur die untere Summenhäufigkeit an, Excel zusätzlich die Einzelhäufigkeit.

Erwartungswert μ = E(x)

Fragestellung: Wie viele Ausschussteile wurden durchschnittlich gezogen ?

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i)$$

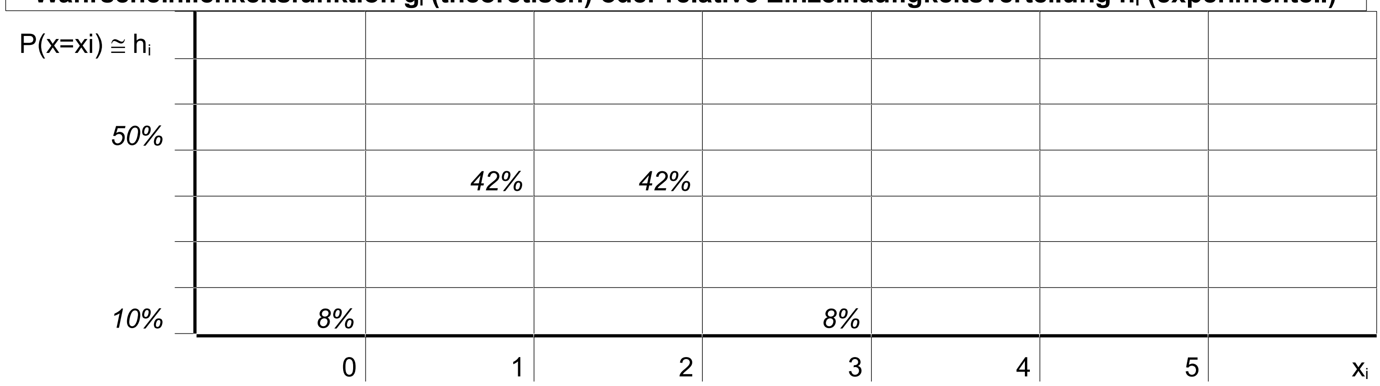
Erwartungswert für diese Aufgabe (theoretischer Wert):

μ =

Lösung hypergeometrisch

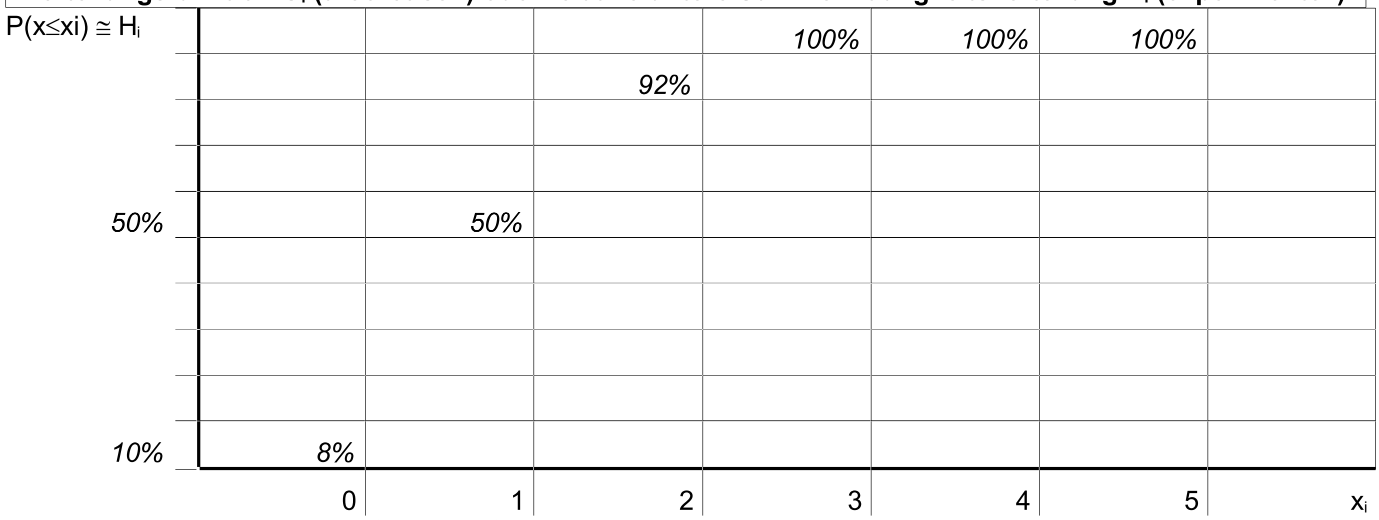
Ausschuss		**absolute Häufigkeiten**		**relative Häufigkeiten**	
x_i	Strichliste	Einzel- n_j	Summen- G_j	Einzel- h_j	Summen- H_j
0	/////	4	4	8%	8
1	//////////////////////	21	25	42%	50
2	//////////////////////	21	46	42%	92%
3	////	4	50	8%	100%
4					100%
5					100%
Σ	50	50		100%	

Wahrscheinlichkeitsfunktion g_i (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung h_i (experimentell)



Strich- oder Balkendiagramme, weil es keine Zwischenwerte gibt. Die kurzen Striche sollen das Ende der Linie verdeutlichen
Für klassierte Werte verwendet man Histogramme, deren Balken ohne Lücken stehen.

Verteilungsfunktion G_i (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung H_i (experimentell)



Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden.
DGQ-Tabellen geben die untere Summenhäufigkeit an, Excel nur die Einzelhäufigkeit an.

Erwartungswert μ = E(x)

Erwartungswert

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe *(theoretischer Wert)*:

$$\mu = \frac{0 \cdot 8{,}33\,\% + 1 \cdot 41{,}67\,\% + 2 \cdot 41{,}67\,\% + 3 \cdot 8{,}33\,\%}{100\,\%} = 1{,}35$$

Z.B. μ ist bei Klassenarbeit der Durchschnitt (z.B. die Noten 1, 2, 2, 1, 2 ergeben im Schnitt: (2x1+3x2)/5=1,6), beim Mensch-Ärgere-Dich-Nicht bedeutet μ die durchschnittliche Geschwindigkeit

Lösung binomiale

Ausschuss		**absolute Häufigkeiten**		**relative Häufigkeiten**	
x_i	Strichliste	Einzel- n_j	Summen- G_j	Einzel- h_j	Summen- H_j
0	////////	8	8	16%	16%
1	//////////////////	18	26	36%	52%
2	///////////////	15	41	30%	82%
3	///////	7	48	14%	96%
4	//	2	50	4%	100%
5		0	50	0%	100%
Σ	50	50		100%	

Wahrscheinlichkeitsfunktion g_i (theoretisch) oder relative Einzelhäufigkeitsverteilung h_i (experimentell)

	0	1	2	3	4	5	x_i
P(x=xi) $\cong h_i$							
50%							
		36%					
			30%				
	16%			*14%*			
10%					*4%*	*0%*	

Verteilungsfunktion G_i (theoretisch) oder relative untere Summenhäufigkeitsverteilung H_i (experimentell)

	0	1	2	3	4	5	x_i
$P(x \leq xi) \cong H_i$					*100%*	*100%*	
				96%			
			82%				
50%		*52%*					
	16%						
10%							

Aus der relativen oberen oder unteren Summenhäufigkeitsverteilung kann man ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert unter- oder überschritten wird. Damit können z.B. Ausschussanteile ermittelt werden.
DGQ-Tabellen geben nur die untere Summenhäufigkeit an, Excel zusätzlich die Einzelhäufigkeit.

Erwartungswert μ = E(x)

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i)$$

Erwartungswert für diese Aufgabe *(theoretischer Wert)*:

$$\mu = \frac{0 \cdot 16{,}8 + 1 \cdot 36{,}0 + 2 \cdot 30{,}9 + 3 \cdot 13{,}2 + 4 \cdot 2{,}8 + 5 \cdot 0{,}2}{100} = 1{,}50$$

Die binomiale Verteilung ergibt bei kleinen Stichproben N aus großen Mengen N ähnliche Werte wie die hypergeometrische Verteilung. Da die binomiale Verteilung einfacher zu berechnen ist als die hypergeometrische, wird sie oft statt ihr verwendet, auch wenn es eigentlich nicht korrekt ist.