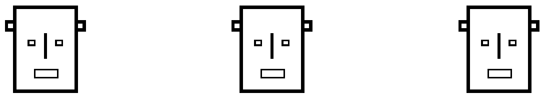
Wahrscheinlichkeiten und Permutationen 3

U. Rapp, 05.10.03, Kombinatorik_AB_03.sxw

Gegeben:

n = 3
identische Androiden



Namen wären sinnwidrig, weil die Androiden nicht unterscheidbar sein sollen.

und N = 5 Stühle

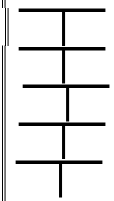
Gesucht:

a) Die Wahrscheinlichkeit P, daß die Androiden zufällig eine bestimmte Sitzordnung einnehmen

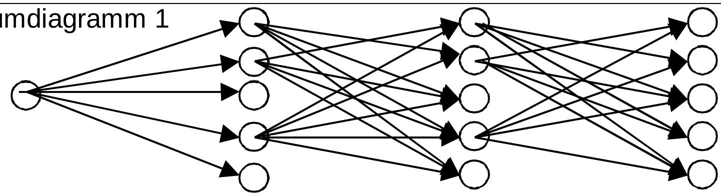
Lösungen:

P = *3/5 ·* *2/4 ·* *1/3 ·* $=\frac{3\cdot2\cdot1}{5\cdot4\cdot3}=\frac{1}{10}$

Beispiel für eine Sitzordnung:
Android
Android
leer
Android
leer

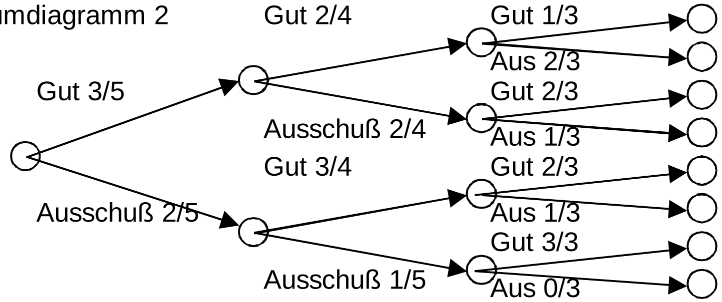


Baumdiagramm 1



Ein Baumdiagramm mit Knoten für jeden Stuhl ist unübersichtlich.

Baumdiagramm 2



Besser geeignet ist ein Baumdiagramm mit Knoten für:
richtiger Stuhl („Gut“, oben) und
falscher Stuhl („Ausschuß“, unten)

b) Die Anzahl x der möglichen Sitzordnungen

x = *5/3 ·* *4/2 ·* *3/1* $=\frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}$ *=* $=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(3\cdot2\cdot1)\cdot(2\cdot1)}$ $=\frac{5!}{3!\cdot(5-3)!}$

10

Allgemeine Lösung:

c) Den Zusammenhang zwischen P und x

P = 1/x

Die Anzahl der möglichen Anordnungen von n austauschbaren Elementen auf N Plätzen beträgt:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n! \cdot (N-n)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot N}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n) \cdot [(n+1) \cdot (n+2) \cdot \ldots \cdot N}$$

Man spricht „N über n“. N! sind die Permutationen aller Plätze, (N-n)! sind die Permutationen der leeren Plätze, n! sind die Permutationen der austauschbaren Elemente.

Berechnung des Beispieles auf dem Taschenrechner:

Typ *Casio FX-880P:* *nCr(5 , 3) EXE*

C steht für Kombinationen; N und n heißen bei Casio n und r: Merke: die größere Zahl zuerst eingeben. „)“ kann entfallen.

n! im Nenner kommt ins Spiel, weil sich die nicht unterscheid-baren Androiden mit n! Möglichkeiten umgruppieren können bevor sie den Stuhl wählen, bzw. nachdem sie sitzen.