



tgtm HP 2022/23-1: Mähdrescher

(Pflichtaufgabe)

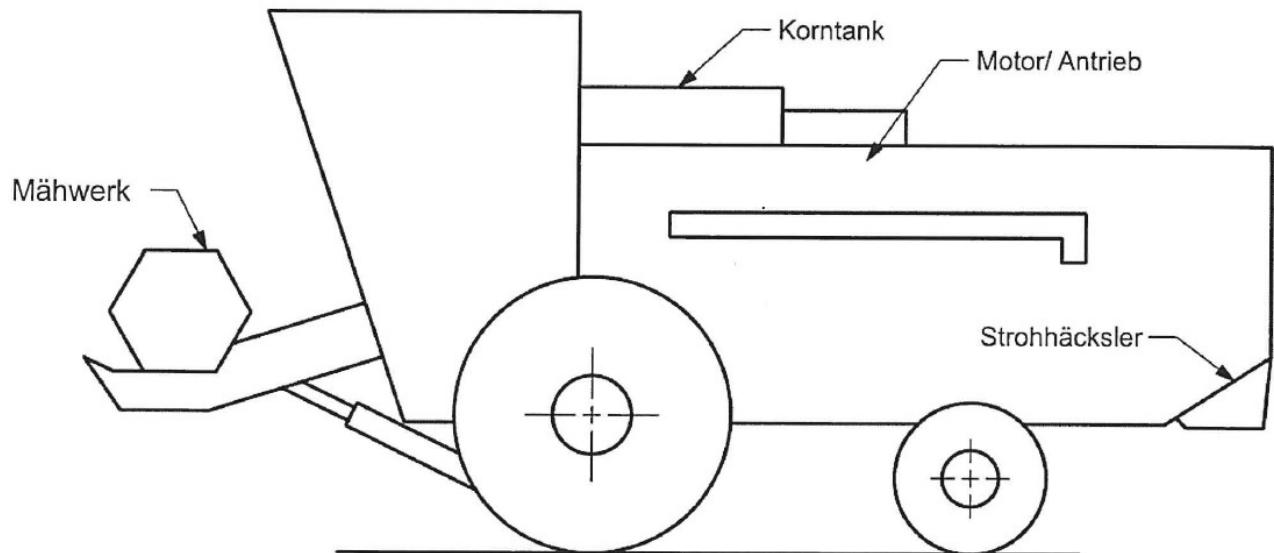
Szenario

Alle Aufgaben beziehen sich auf den skizzierten Mähdrescher bzw. das beschriebene Unternehmen.

Die MTM OHG stellt unterschiedliche Agrarmaschinen her. Dabei stellt die Produktion von Mähdreschern – wie der unten abgebildete C600 – den Schwerpunkt dar.

In der Unternehmung arbeiten 125 Personen in Konstruktion, Produktion und Vertrieb.

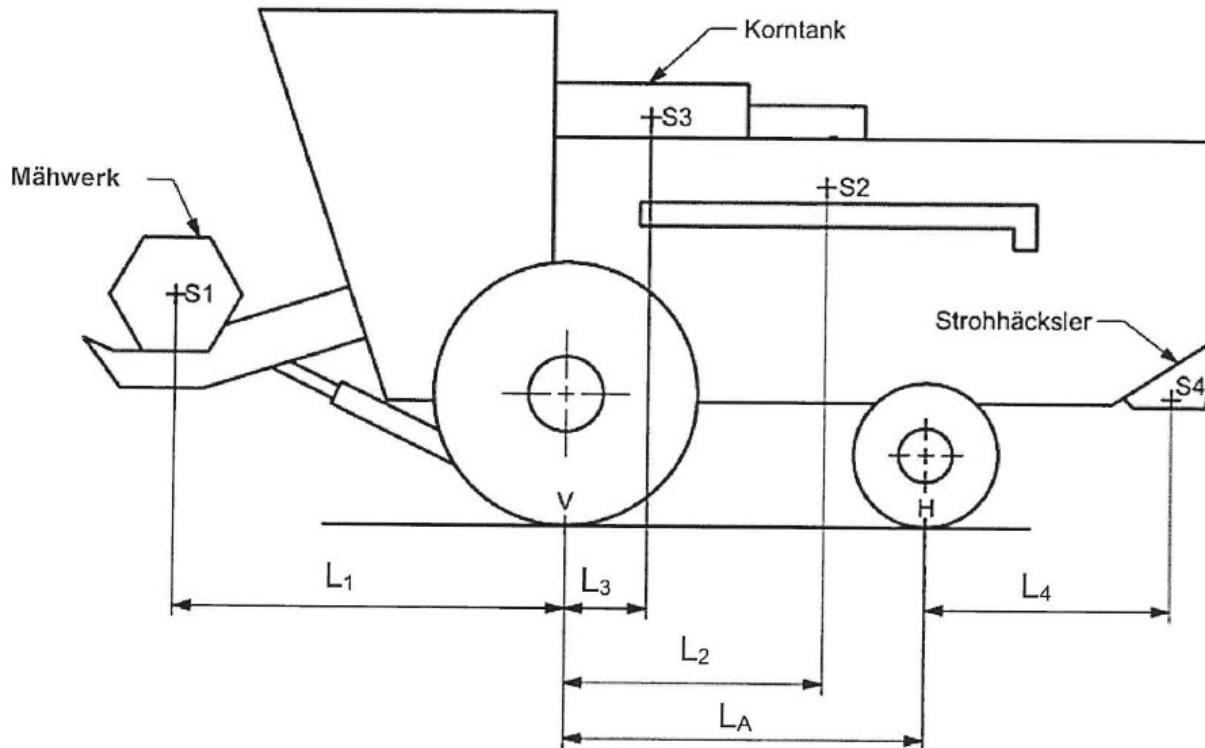
Neben der aktuellen Produktpalette werden auch neue Produkte auf den Markt gebracht.



Mähdrescher C600



Der vierrädrige Mähdrescher C600 steht zunächst wie unten dargestellt auf der Ebene. An den vier Schwerpunkten wirken die entsprechenden Gewichtskräfte.



Darstellung unmaßstäblich

Daten

Gewichtskräfte:

Mähwerk:	F_1 in S_1 = 20 kN
Motor Antrieb:	F_2 in S_2 = 162 kN
Befüllung Korntank:	F_3 in S_3 = 75 kN
Strohhäcksler:	F_4 in S_4 = 18 kN

Abmessungen:

L_1 = 2560 mm
L_2 = 2400 mm
L_3 = 1120 mm
L_4 = 1600 mm
L_A = 3400 mm

Mähdrescher

1 Die maximal auftretenden Radkräfte sollen bestimmt werden.

1.1. Schneiden Sie den oben dargestellten Mähdrescher entsprechend frei

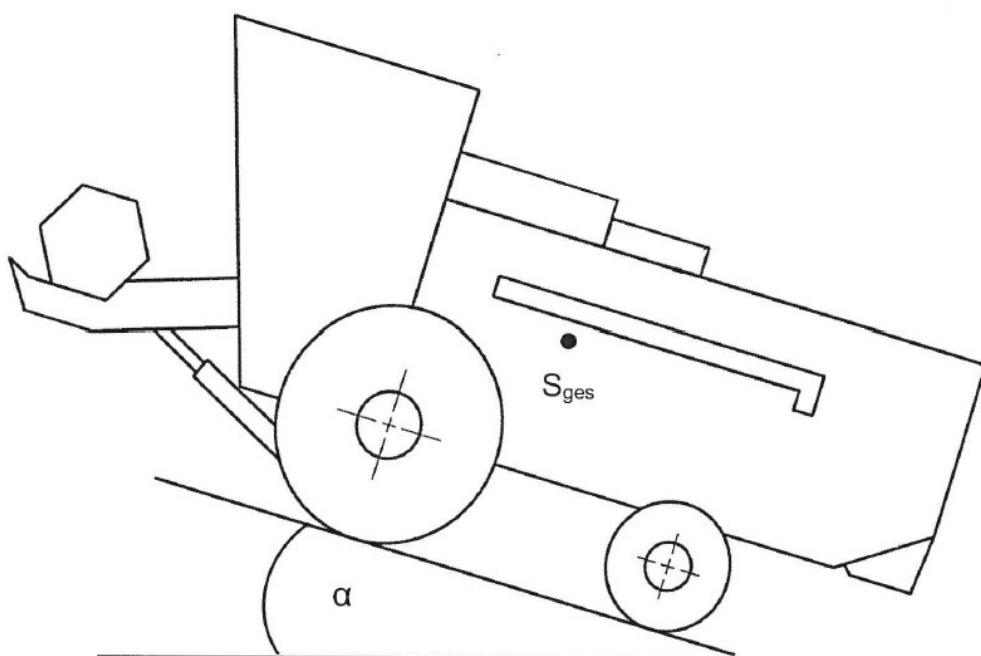
2,0

1.2. Berechnen Sie die maximalen Radkräfte F_{VRad} und F_{HRad} .

4,0



- 2 Das Kippverhalten des Mähdreschers ist zu untersuchen. Berücksichtigen Sie hierbei, dass der Kortank entweder leer oder gefüllt sein kann. Zusätzlich kann der Strohhäcksler bei Bedarf demontiert werden.
- 2.1. Beschreiben Sie den „kritischen Zustand“ des Mähdreschers, welcher am ehesten zum Kippen führen kann. 1,0
- 2.2. Ermitteln Sie für den „kritischen Zustand“ die maximal zulässige Masse des Mähwerks in Tonnen. 3,0
- 3 Der Mähdrescher steht wie unten abgebildet an einem Hang. Dabei sind alle vier Räder mit einer Feststellbremse blockiert.



Daten

Gesamtgewichtskraft: $F_{G,ges}$ in S_{ges} = 290 kN

Steigungswinkel: $\alpha = 10^\circ$

Reibungskoeffizient: $\mu = 0,4$

- 3.2. Geben Sie die Steigung in Prozent an. 1,0
- 3.3. Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Mähdrescher in der dargestellten Lage rutscht. 2,0

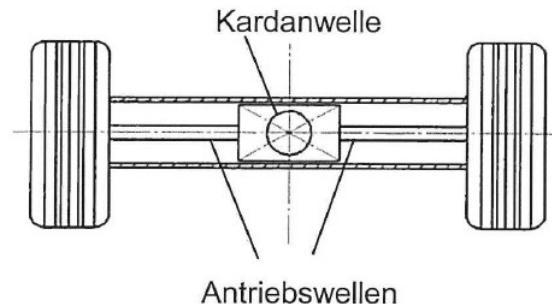


Antriebswelle

- 4 Der Antriebsmotor liefert der Kardanwelle ein maximales Drehmoment, welches über zwei Antriebswellen an die beiden Vorderräder übertragen wird. Üblicherweise auftretenden Übersetzungen von Kardanwelle auf Antriebswellen bleiben unberücksichtigt.
Die Antriebswellen sind als Hohlwellen mit der Wanddicke s ausgeführt.

Daten

Werkstoff Antriebswellen:	17Cr3
Drehmoment Kardanwelle:	$M_{t,\max} = 3000 \text{ Nm}$
Sicherheitszahl:	$v_t = 2$
Außendurchmesser Antriebswelle:	$D_a = 40 \text{ mm}$



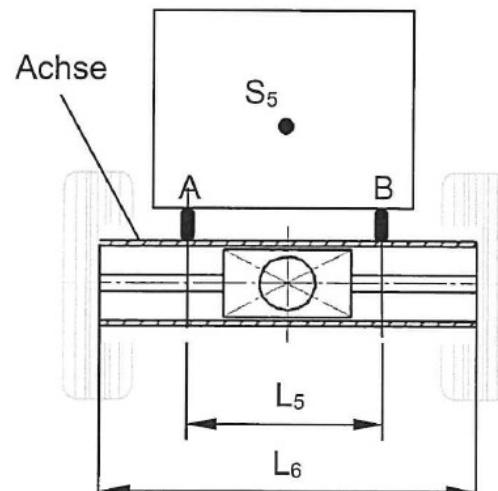
- 4.2. Berechnen Sie das erforderliche polare Widerstandsmoment $W_{p,\text{erf}}$ einer Antriebswelle. 2,0
- 4.3. Bestimmen Sie für $W_p = 9600 \text{ mm}^3$ die Wanddicke der als Hohlwelle ausgeführten Antriebswelle und runden Sie diese technologisch sinnvoll auf ganze mm. 3,0

Achse

- 5 Die skizzierte Achse ist als rundes nahtloses Rohrprofil ausgelegt. Diese nimmt an den Stellen A und B die Gewichtskraft F_5 des Mähdreschers auf und überträgt diese über die Räder auf die Straße.

Daten

Nahtloses Rohrprofil:	DIN EN 10297-1
Werkstoff Rohrprofil:	15NiCr13
Lastabstand	$L_5 = 2,1 \text{ m}$
Radabstand	$L_6 = 3,0 \text{ m}$
Gewichtskraft:	$F_5 \text{ in } S_5 = 150 \text{ kN}$
Sicherheitszahl:	$v_b = 1,5$

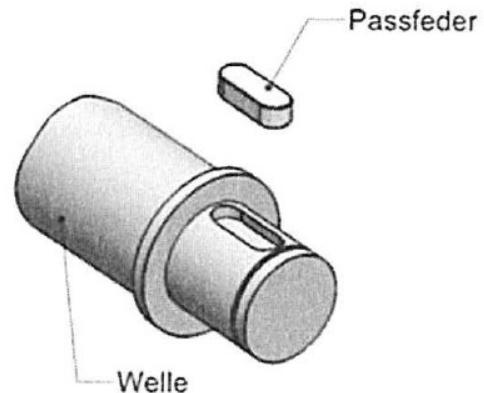


- 5.1. Berechnen Sie das maximale Biegemoment in der Achse. 2,0
- 5.2. Dimensionieren Sie das zu verwendende Rohrprofil für $M_{b,\max} = 34 \text{ kNm}$ und geben Sie die normgerechte Bezeichnung an. 3,0



Passfeder

- 6 Eine im Mähdrescher befindliche Förderschnecke wird von einem Motor angetrieben. Die Drehmomentübertragung erfolgt mit einer Passfederverbindung.



Daten

zu übertragendes Drehmoment: $M_M = 28 \text{ Nm}$
 Wellendurchmesser: $d = 25 \text{ mm}$
 Passfeder: DIN 6885 – A – 8 x 7 x 18
 Werkstoff der Passfeder: E295

- 6.2. Ermitteln Sie die Sicherheit der Passfeder gegen Abscherung. 3,0
 6.3. Berechnen Sie für $F_P = 2700 \text{ N}$ die vorhandene Flächenpressung in der Welle. 1,0

Dieselmotor

- 7 Der Hauptantrieb des Mähdreschers besteht aus einem Viertakt-Dieselmotor mit den folgenden Daten: Die Werte der Tabelle beziehen sich auf einen Zylinder.

Zustand	$V [\text{cm}^3]$	$p [\text{bar}]$	$T [\text{K}]$
1	2859	0,85	
2			947
3	390		2330
4		3	1051

Weitere Daten des Dieselmotors

Umgebungstemperatur: $\vartheta = 25^\circ\text{C}$
 Verdichtungsverhältnis: $\varepsilon = 18$
 Anzahl der Zylinder: 6
 Motordrehzahl: $n = 2000 \text{ min}^{-1}$
 Rechnen Sie mit den Werten von Luft.



7.1. Skizzieren Sie den idealisierten Kreisprozess des Dieselmotors (ohne Ladungswechselschleife) im p-V-Diagramm.	2,0
<ul style="list-style-type: none">• Nummerieren Sie die Eckpunkte fortlaufend.• Benennen Sie die einzelnen Zustandsänderungen.• Kennzeichnen Sie die umgesetzten Wärmemengen, die zu- und abgeführte Arbeit sowie die Nutzarbeit.	
7.2. Ermitteln Sie alle fehlenden Zustandsgrößen der oben dargestellten Tabelle.	4,0
7.3. Berechnen Sie die Masse der angesaugten Luft.	2,0
7.4. Berechnen Sie die Nutzarbeit eines Zylinders für eine Masse $m = 2,8g$.	3,0
7.5. Ermitteln Sie die Leistung des Motors.	2,0
<hr/>	
	40,0



Lösungen

Statik (13 P): Freimachen und Aufstands Kräfte berechnen, Kippverhalten analysieren und berechnen, Steigung ermitteln, Reibung an schiefen Ebene. Festigkeit (14 P): erforderliches polares Widerstandsmoment aufgrund Torsion, Dimensionierung der Wandstärke eines Rohres, maximales Biegemoment und Dimensionierung eines Rohres, Sicherheit einer Passfeder auf Abscherung, Flächenpressung in einer Passfeder und einer Welle auf Flächenpressung. Energietechnik (13 P): p-V-Diagramm Dieselmotor, Ermittlung Zustandsgrößen, Berechnung Luftmasse Ermittlung Nutzarbeit, Ermittlung der Motorleistung

1 Lagerkräfte des belasteten Brückenlaufkrans

1.1. LS Brückenlaufkran

1.2.

$$\sum F_x = 0 \quad \text{keine Kräfte in x-Richtung}$$

$$\sum F_y = 0 = -F_1 + F_V - F_3 - F_2 + F_H - F_4$$

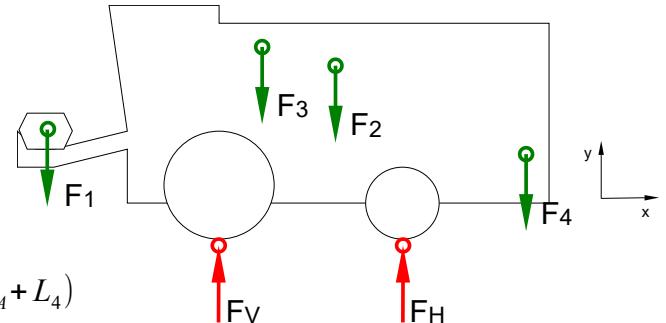
$$\sum M_V = 0 = F_1 \cdot L_1 - F_3 \cdot L_3 - F_2 \cdot L_2 + F_H \cdot L_A - F_4 \cdot (L_A + L_4)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_H &= \frac{F_2 \cdot L_2 + F_3 \cdot L_3 + F_4 \cdot (L_A + L_4) - F_1 \cdot L_1}{L_A} \\ &= \frac{162 \text{ kN} \cdot 2,4 \text{ m} + 75 \text{ kN} \cdot 1,12 \text{ m} + 18 \text{ kN} \cdot (3,4 \text{ m} + 1,6 \text{ m}) - 20 \text{ kN} \cdot 2,56 \text{ m}}{3,4 \text{ m}} \\ &= 150,47 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_{H,\text{Rad}} = \frac{F_H}{2} = \frac{139,2 \text{ kN}}{2} = 75,24 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_V &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_H \\ &= 20 \text{ kN} + 162 \text{ kN} + 75 \text{ kN} + 18 \text{ kN} - 139,2 \text{ kN} = 135,8 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_{V,\text{Rad}} = \frac{F_V}{2} = \frac{135,8 \text{ kN}}{2} = 67,9 \text{ kN}$$



2 Kippverhalten

2.1. Der „kritische Zustand“, bei dem das Fahrzeug am ehesten kippt, tritt ein, wenn der Korntank leer ist und der Ströhhäcksler demontiert wird. Die Gewichtskraft des Korntanks (F_3) sowie des Ströhhäckslers (F_4) erschweren ein Kippen um die Vorderräder (V). Ein Kippen nach hinten um den Drehpunkt H kann nicht eintreten, da das Drehmoment $F_1 \cdot L_1$ größer ist als das Drehmoment $F_4 \cdot L_4$.

2.2. Zulässige Masse des Mähwerks im Schwerpunkt S_1 :

Kippbedingung: $F_H = 0$!

Kritischer Zustand tritt ein, wenn $F_3 = 0$ sowie $F_4 = 0$

$$\begin{aligned} \sum M_V &= 0 = F_1 \cdot L_1 - F_3 \cdot L_3 - F_2 \cdot L_2 + F_H \cdot L_A - F_4 \cdot (L_A + L_4) \\ &= F_{1,\text{max}} \cdot L_1 - 0 - F_2 \cdot L_2 + 0 - 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F_{1,\text{max}} = \frac{F_2 \cdot L_2}{L_1} = \frac{162 \text{ kN} \cdot 2,4 \text{ m}}{2,56 \text{ m}} = 151,9 \text{ kN}$$

$$F_{1,\text{max}} = m_{1,\text{max}} \cdot g$$

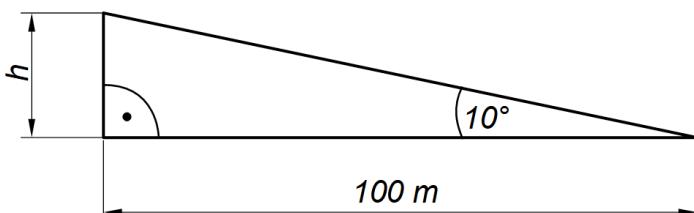
$$\Rightarrow m_{1,\text{max}} = \frac{F_{1,\text{max}}}{g} = \frac{151,9 \text{ kN}}{10 \text{ m/s}^2} = 15,19 \text{ t}$$



3

3.1. Steigung in Prozent:

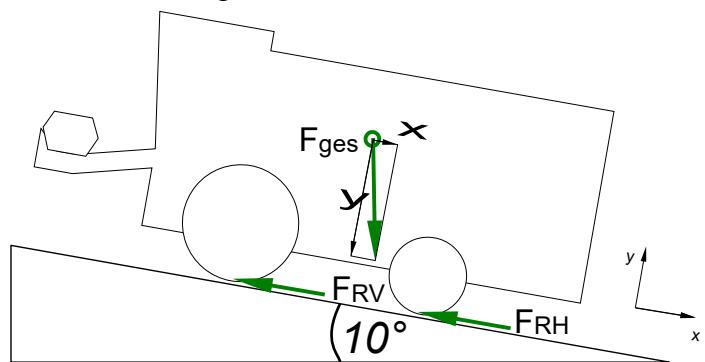
$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{h}{100 \text{ m}} \\ \Rightarrow h &= \tan \alpha \cdot 100 \text{ m} \\ h &= \tan 10^\circ \cdot 100 \text{ m} = 17,63 \text{ m}\end{aligned}$$



Die Steigung beträgt 17,63 %.

3.2. Der Mähdrescher rutscht, wenn die Hangabtriebskraft $F_{\text{ges}x}$ (x-Komponente der Gewichtskraft F_{ges}) größer ist, als die gesamte Reibungskraft F_R , mit $F_R = F_{RV} + F_{RH}$

$$\begin{aligned}F_{\text{ges}x} > F_R &: \text{Mähdrescher rutscht} \\ F_{\text{ges}x} \leq F_R &: \text{Mähdrescher rutscht nicht}\end{aligned}$$



4

4.1. 17Cr3

$$\begin{aligned}R_e &= 450 \text{ N/mm}^2 \quad (\rightarrow \text{[EuroTabM] „Legierte Einsatzstähle“}) \\ v_t &= 2\end{aligned}$$

$$M_t = \frac{M_{t, \text{max}}}{v_t} = \frac{3000 \text{ Nm}}{2} = 1500 \text{ Nm} = 1500000 \text{ Nmm}$$

Widerstandsmoment gegen Torsion (\rightarrow [EuroTabM] „Beanspruchung auf Torsion“)

$$\tau_{tf} = 0,7 \cdot R_e = 0,7 \cdot 450 \frac{N}{mm^2} = 315 \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{zul} = \frac{\tau_{tf}}{v} = \frac{315 \text{ N/mm}^2}{2} = 157,5 \frac{N}{mm^2}$$

$$W_{perf} = \frac{M_t}{\tau_{zul}} = \frac{1500000 \text{ Nmm}}{157,5 \text{ N/mm}^2} = 9523,8 \text{ mm}^3$$

4.2. Polares Widerstandsmoment einer Hohlwelle (\rightarrow [EuroTabM] „Widerstandsmomente“)

$$W_p = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[4]{D^4 - \frac{W_p \cdot 16 \cdot D}{\pi}} = \sqrt[4]{(40 \text{ mm})^4 - \frac{9600 \text{ mm}^3 \cdot 16 \cdot 40 \text{ mm}}{\pi}} = 27,88 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow s = \frac{D - d}{2} = \frac{40 \text{ mm} - 27,88 \text{ mm}}{2} = 6,06 \text{ mm}$$

gewählt $s = 7 \text{ mm}$





5

5.1. Maximales Biegemoment in der Achse:

Zwischen den Lagern A und B ist die Querkraft $F_Q = 0$.

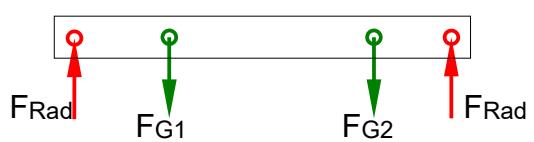
Zwischen den Lagern A und B herrscht demnach das maximale Biegemoment M_{bmax} .

Die Kraft F_5 verteilt sich gleichmäßig auf die Auflager A und B, daher gilt

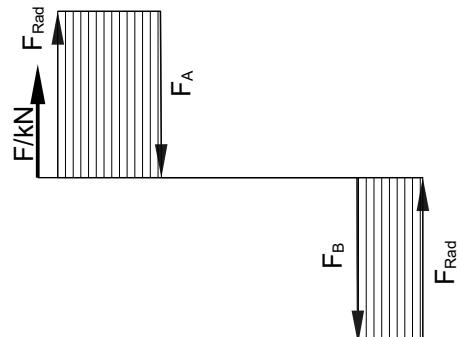
$$F_A = F_B = \frac{F_5}{2} = \frac{150 \text{ kN}}{2} = 75 \text{ kN}$$

$$M_{bmax} = F_A \cdot \left(\frac{l_6 - l_5}{2} \right) = 75 \text{ kN} \cdot \left(\frac{3 \text{ m} - 2,1 \text{ m}}{2} \right) = 33,75 \text{ kNm}$$

Aufg. 5: LS Achse



Aufg. 5: Querkraftverlauf Achse



5.2. Dimensionierung der Achse aufgrund Biegung (→ [EuroTabM] „Beanspruchung auf Biegung“)

15NiCr13

$R_e = 785 \text{ N/mm}^2$ (→ [EuroTabM] „Legierte Einsatzstähle“)

$M_{bmax} = 34 \text{ kNm} = 34 \text{ 000 Nm} = 34 \text{ 000 000 Nmm}$

$v_b = 1,5$

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_e = 1,2 \cdot 785 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 942 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bF}}{v} = \frac{942 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 628 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{bmax}}{\sigma_{bzul}} = \frac{34 \text{ 000 000 Nmm}}{628 \text{ N/mm}^2} = 54 \text{ 140 mm}^3$$

$$W_{erf} = 54,14 \text{ cm}^3$$

⇒ Rohrprofil 88,9 x 16 mit $W_x = 57,4 \text{ cm}^3$

→ [EuroTabM] „Nahtlose Rohre für den Maschinenbau“
Rohrprofil DIN EN 10297 – 88,9 x 16 – 15CrNi13



6.1. Passfeder gegen Abscherung

→ [EuroTabM] „Beanspruchung auf Abscherung“

Umfangskraft an der Passfeder

$$M_M = F_U \cdot \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow F_U = \frac{M_M \cdot 2}{d} = \frac{28000 \text{ Nmm} \cdot 2}{25 \text{ mm}} = 2240 \text{ N}$$

E295

$R_e = 295 \text{ N/mm}^2$ (aus der Bezeichnung von E295 oder → [EuroTabM] „Baustähle, unlegierte“)

DIN 6885 – A – 8 x 7 x 18

→ [EuroTabM] „Passfedern“

$b = 8 \text{ mm}$

$h = 7 \text{ mm}$

$l = 18 \text{ mm}$

$t_1 = 4 \text{ mm}$

$t_2 = 3,3 \text{ mm}$

Abscherfläche = Querschnitt der Passfeder

$$\Rightarrow S = \text{Rechteckfläche} + 2 \cdot \text{Halbkreisflächen}$$

$$S = (l - b) \cdot b + \frac{\pi \cdot b^2}{4} = 8 \text{ mm} \cdot (18 \text{ mm} - 8 \text{ mm}) + \frac{\pi \cdot (8 \text{ mm})^2}{4} = 130,27 \text{ mm}^2$$

Sicherheit gegen Abscherung

$$\nu = \frac{\tau_{aF}}{\tau_{avorh}}$$

$$\tau_{avorh} = \frac{F_U}{S} = \frac{2240 \text{ N}}{130,27 \text{ mm}^2} = 17,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{aF} = 0,6 \cdot R_e = 0,6 \cdot 295 \text{ N/mm}^2 = 177 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = \frac{\tau_{aF}}{\tau_{avorh}} = \frac{177 \text{ N/mm}^2}{17,2 \text{ N/mm}^2} = 10,29$$

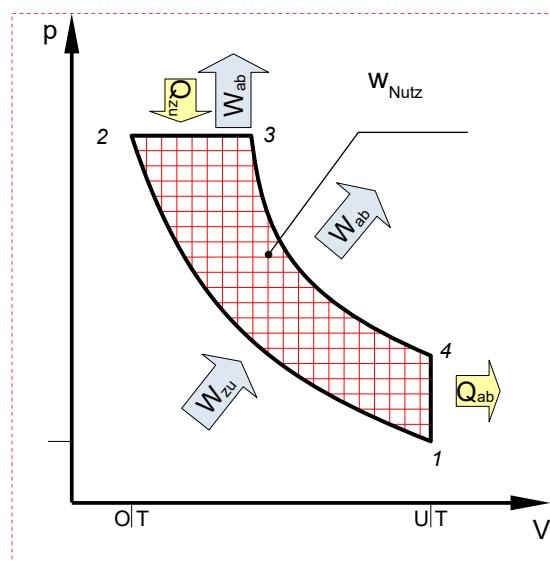
6.2. Flächenpressung in der Passfeder

→ [EuroTabM] „Passfeder, Flächenpressung“

$$p_{vorh} = \frac{F_U}{h_{tr} \cdot l_{tr}} = \frac{F_P}{t_1 \cdot (l - b)} = \frac{2700 \text{ N}}{4 \text{ mm} \cdot (18 \text{ mm} - 8 \text{ mm})} = 67,5 \text{ N/mm}^2$$



7.1.



- 1-2 Adiabate Verdichtung
- 2-3 Isobare Verbrennung
- 3-4 Adiabate Expansion
- 4-1 Isochore Abkühlung

7.2. Ermittlung fehlender Zustandsgrößen

Ermittlung T_1 :

$$T_1 = 273 + 25 = 298 \text{ K}$$

Ermittlung V_2 (Anhand des Verdichtungsverhältnisses ϵ):

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_2} \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{V_1}{\epsilon} = 2859 \frac{\text{cm}^3}{18} = 158,83 \text{ cm}^3$$

Ermittlung V_4 (Isochore Zustandsänderung 4-1):

$$V_4 = V_1 = 2859 \text{ cm}^3$$

Ermittlung p_2 (Adiabate Zustandsänderung 1-2):

$$p \cdot V^\kappa = \text{konstant} \quad \Rightarrow \quad p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$$

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{V_2^\kappa} = \frac{0,85 \text{ bar} \cdot (2859 \text{ cm}^3)^{1,4}}{(158,83 \text{ cm}^3)^{1,4}} = 48,62 \text{ bar}$$

Ermittlung p_3 (Isobare Zustandsänderung 2-3):

$$p_2 = p_3 = 48,62 \text{ bar}$$

7.3. Masse der angesaugten Luft mit V_1

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{0,85 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 2859 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 298 \text{ K}} = 0,0028 \text{ kg} = 2,8 \text{ g}$$



Massen der angesaugten Luft mit V_{Hub}

$$V_{\text{Hub}} = V_1 - V_2 = 2859 \text{ cm}^3 - 158,83 \text{ cm}^3 = 2700,17 \text{ cm}^3$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{0,85 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 2700,17 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 298 \text{ K}} = 0,0027 \text{ kg} = 2,7 \text{ g}$$

7.4. Ermittlung der zugeführten und abgeführten Wärmemengen Q_{23} und Q_{41}

$$Q_{23} = c_p \cdot m \cdot \Delta T_{32} = 1005 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 0,0028 \text{ kg} \cdot (2330 \text{ K} - 947 \text{ K}) = 3891,76 \text{ J}$$

$$Q_{41} = c_V \cdot m \cdot \Delta T_{14} = 718 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 0,0028 \text{ kg} \cdot (298 - 1051 \text{ K}) = -1513,83 \text{ J}$$

Ermittlung der Nutzarbeit W_{nutz}

$$\Sigma Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 0 + 3891,76 \text{ J} + 0 - 1513,83 \text{ J} = 2377,93 \text{ J}$$

$$\Sigma Q + \Sigma W = 0 \Rightarrow W_{\text{Nutz}} = \Sigma W = -\Sigma Q = -2377,93 \text{ J}$$

7.5. Ermittlung der abgegebenen Leistung P_{Motor} :

Hinweis: Vieraktmotoren durchlaufen einen Kreisprozess mit 2

Kurbelwellenumdrehungen, der Kolben bewegt sich also viermal von OT nach UT bzw. zurück.

$$\text{Für die Leistung gilt: } P = \frac{W}{t}$$

$$\text{Mitt } t = \frac{1}{n} \text{ gilt daher: } P = W \cdot n$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_{\text{Zyl}} &= |W_{\text{Nutz}}| \cdot \frac{n}{2} \\ &= 2377,93 \text{ J} \cdot \frac{\frac{2000}{60} \text{ s}^{-1}}{2} = 39,632 \text{ kW pro Zylinder} \end{aligned}$$

$$P_{\text{Motor}} = 2 \cdot P_{\text{Zyl}} = 6 \cdot 39,63 \text{ W} = 237,79 \text{ kW}$$